

PROBLEMA dell'AGO di BUFFON

attività svolta con le classi 1^AB/1^AD/1^AF - a.s. 2010/11

Qualcuno ha definito **Pi greco (π)** "... la costante più bistrattata di sempre ...".

Ciò nonostante, a pi greco sono state dedicate due giornate: il *giorno di pi greco* ed il *giorno dell'approssimazione di pi greco*.

Il giorno dedicato a pi greco è il 14 Marzo (fra l'altro é la data di nascita di *Albert Einstein*, nel 1879): la scelta è ispirata dalla grafia anglosassone del numero (3.14) che indica l'approssimazione al centesimo del valore di pi greco. Alcuni celebrano addirittura la ricorrenza alle ore 15, adeguandosi così ad un'ulteriore arrotondamento del suo valore: 3.1415.

La prima celebrazione del "Pi Day" si tenne nel nel 1988 a San Francisco, per iniziativa del fisico americano Larry Shaw, in seguito insignito del titolo di "Principe del pi greco". Il calendario della prima manifestazione prevedeva un corteo circolare attorno ad uno degli edifici del museo e la vendita di torte decorate con le cifre decimali di pi greco.

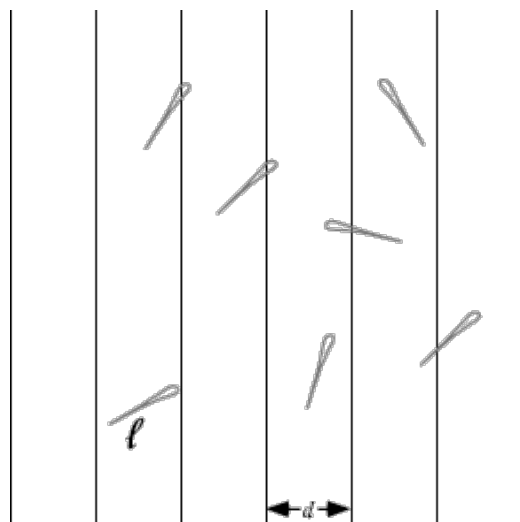
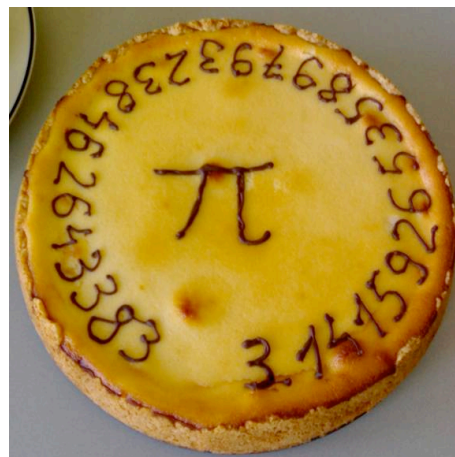
Il 14 Marzo 2010 perfino Google ha reso omaggio alla giornata del pi greco, con una versione artistica del proprio logo.

Il giorno dell'approssimazione di pi greco può ricorrere, fra le altre, in una delle seguenti giornate:

- 22 Luglio, visto che il numero 22/7 è un'approssimazione di pi greco nota fin dai tempi di *Archimede*.
- 10 Novembre (il giorno 9 negli anni bisestili), poiché esso rappresenta il 314° giorno dell'anno in base al calendario gregoriano.

Pur ricordando che pi greco é geometricamente pari al rapporto tra la misura della circonferenza e quella del corrispondente diametro oppure all'area di un cerchio avente raggio unitario, si vuole qui proporre un metodo curioso con cui ricavarne il valore: esso é chiamato **problema dell'ago di Buffon**. Buffon non é, ovviamente, il portiere della Juve bensì il signor *George Louis Leclerc, conte di Buffon* (1707-1788).

Il conte, nel 1777, pose il seguente problema: "Si supponga di lasciar cadere un ago corto su di un foglio a righe. Qual é la probabilità che l'ago venga a trovarsi in una posizione tale da incrociare una delle righe?". L'immagine sotto riportata serve a chiarire le idee al riguardo:



Come si può intuire la probabilità in questione dipende dalla distanza d tra le righe sul foglio e dalla lunghezza l dell'ago che facciamo cadere su di esso. Meglio, essa dipende solamente dal rapporto $\frac{l}{d}$.

Con il termine *ago corto* si intende un ago di lunghezza $l \leq d$, ovvero un ago è corto quando non può intersecare due righe allo stesso tempo.

La risposta al problema di Buffon è sorprendente: lasciando cadere l'ago qualche migliaio di volte N , registrando il numero di volte M che l'ago incrocia le righe, la lunghezza dell'ago e la distanza fra le righe, il risultato ha a che fare con pi greco!

È, infatti, possibile dimostrare (vi risparmio le argomentazioni matematiche ...) che la **probabilità** p che l'ago incroci una delle righe è esattamente:

$$p = \frac{2 \cdot l}{\pi \cdot d}$$

Poiché la stessa si può anche calcolare mediante il rapporto tra il cosiddetto *numero di casi favorevoli* M e di *quelli possibili* N , si ha che:

$$\pi = 2 \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{N}{M}$$

Si deve, infine, ricordare che la correttezza del risultato dipende dal numero di lanci. In teoria il risultato sarebbe esatto effettuando infiniti lanci, mentre la stima del valore di pi greco diventa abbastanza accurata per un numero attorno a 10000, ovviamente utilizzando un simulatore matematico. A questo proposito "provate" l'applet al seguente link: <http://www.angelfire.com/wa/hurben/buff.html>.

Procedura

- a) Procurarsi stuzzicadenti del tipo *Samurai*, di lunghezza $l = 6,6$ (cm).
- b) Utilizzare un foglio da disegno, di quelli normalmente in uso in Istituto (circa 50×70 cm) e tracciare sul suo lato corto segmenti paralleli ed equidistanti $7,9 - 8,0$ cm.
- c) Lanciare lo stuzzicadenti.
- d) Ripetere il lancio almeno 10000 volte.
- e) Contare il numero totale di lanci N ed il numero di volte M che lo stuzzicadenti incrocia un segmento. Nel caso l'oggetto "esca" dal foglio, il lancio non è da conteggiare.
- f) Calcolare il valore di pi greco.

Risultato

La simulazione del metodo di Buffon è stata eseguita dagli allievi delle tre classi prime, divisi in trenta coppie. La stima complessiva del valore di pi greco, calcolando la dispersione della "misura" con la deviazione standard, ha sortito i seguenti risultati:

$$N = 11659$$

$$M = 5905$$

$$\pi = 3,258 \pm 0,189$$