

ELEMENTI DI TEORIA DEGLI ERRORI

La misura di una grandezza fisica

Le grandezze fisiche sono proprietà dei corpi e/o dei fenomeni naturali che assumono carattere quantitativo, in altre parole possono essere misurate.

Si chiama misura **diretta**, quella che si ottiene confrontando direttamente la grandezza in esame con l'unità di misura, mediante l'uso di uno strumento.

Si dice invece misura **indiretta** quella che si ottiene con una relazione matematica, che lega la grandezza in esame con altre già misurate direttamente. Un esempio: la misura del volume di un corpo a forma regolare (ad esempio cilindrica) a partire dalla misura delle dimensioni significative (ad esempio il diametro e l'altezza), eseguita con il calibro a cursore.

Gli errori nelle misure e il calcolo dell'errore statistico

Le operazioni di misurazione, anche se eseguite con tecniche accurate e strumenti appropriati alle stesse, non consentono mai di conoscere con assoluta certezza l'espressione numerica del valore di una grandezza, perché nella misurazione si commettono sempre degli **errori**.

Come si sa, è definito generalmente errore **statistico** (o **casuale**) quello prodotto da molteplici cause non individuabili. Esse possono agire sia per difetto sia per eccesso.

Sono chiamati invece errori **sistematici** quelli che avvengono sempre per eccesso o per difetto e che derivano da deficienze strumentali, o dall'uso d'errati metodi di misura. Precisiamo che gli errori sistematici sono da determinare prima della misurazione e, se possibile, eliminati, perché la teoria degli errori non insegna a valutarli.

Ammessi di avere eliminato, o in ogni caso minimizzato, gli errori sistematici, il calcolo dell'errore statistico è differente secondo le caratteristiche della misurazione effettuata.

1. Una sola misurazione: l'errore strumentale

In tale caso si assume, quale misura della grandezza, il valore "letto" dallo strumento e come errore casuale il cosiddetto **errore di sensibilità** (ovvero che dipende dalla sensibilità posseduta dallo strumento). Quest'ultimo può essere per convenzione pari a:

- a) La semi ampiezza dell'intervallo tra due tacche successive della scala graduata dello strumento, ovvero la metà della sensibilità.
- b) L'ampiezza dello stesso intervallo, vale a dire la sensibilità dello strumento.

Se ad esempio nella misurazione della lunghezza di un oggetto si utilizza uno strumento di sensibilità 0,1 cm e la misura letta è compresa tra 5,3 e 5,4 cm, non potremo dire nulla, con certezza, del valore reale della lunghezza L . Nella fisica sperimentale, per registrare questa misura si adotta una delle seguenti notazioni:

- a) $L = (5,35 \pm 0,05)$ cm, come dire che la lunghezza L è compresa fra 5,30 e 5,40 (cm).
- b) $L = (5,3 \pm 0,1)$ cm, come dire che L è compresa tra 5,2 e 5,4 (cm).

In generale, però la misura diretta di una grandezza G si scrive:

$$G = (G_L \pm \text{sensibilità})$$

Essendo G_L il valore letto dallo strumento.

2. Serie di misurazioni ripetute: errori statistici

È molto difficile che il risultato offerto da una sola misurazione si possa considerare attendibile. Occorre pertanto replicare la misura in maniera tale che ogni elemento variabile in modo accidentale nel corso della stessa, possa compensarsi vicendevolmente da una prova all'altra.

Come regolarsi quando la ripetizione delle misure fornisce risultati differenti? Si dimostra che se gli errori sono casuali e indipendenti, date n misure G_1, G_2, \dots, G_n della stessa grandezza, il **valore medio aritmetico** (o **media**) G_m , rappresenta la migliore stima possibile del valore della grandezza fisica, il cosiddetto **valore più probabile**.

Rimane il problema di calcolare l'incertezza della misura, definita **errore statistico**. Esso è espresso in funzione del cosiddetto parametro di dispersione, che indica il livello della "concentrazione" delle misure intorno alla media.

I parametri di dispersione assumono diversa formulazione, secondo quante misure sono state eseguite. Quando si ha a che fare con poche misurazioni, in genere **fino a 10**, si assume generalmente come errore statistico l'**errore assoluto**:

$$E_G = \frac{G_{\text{MAX}} - G_{\text{MIN}}}{2}$$

Dove G_{max} e G_{min} denotano rispettivamente il valore massimo e minimo rilevati nella serie di misure svolte.

Il **risultato della misura** sarà pertanto espresso nel seguente modo:

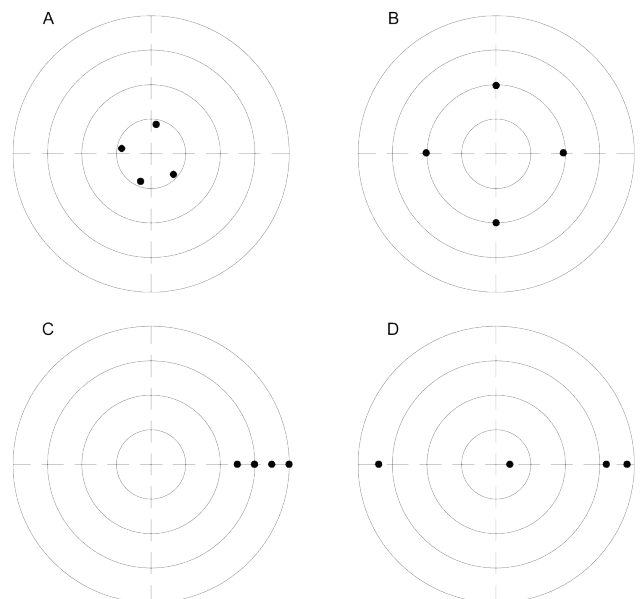
$$G = G_m \pm E_G$$

Precisione di una determinazione sperimentale

La **precisione** di una serie di prove ripetute è espressa dal grado di dispersione dei dati: più essi sono dispersi (cioè sparpagliati) minore è la precisione; meno i dati sono dispersi e maggiore è la precisione. La figura a fianco usa il classico esempio del bersaglio per chiarire visivamente il concetto.

Nel caso A, la precisione e l'accuratezza sono buone: i colpi sono infatti distribuiti in una piccola zona attorno al centro.

Nel caso B si ha scarsa precisione ma accuratezza: i colpi sono vicini al centro ma piuttosto dispersi.



Nel caso C la precisione è buona ma l'accuratezza scarsa: i colpi sono distribuiti in una zona ristretta ma lontana dal centro.

Infine nel caso D si hanno precisione e accuratezza scarse: i colpi sono dispersi lontani dal centro del bersaglio.

Analogamente una determinazione di laboratorio condotta per prove ripetute, può essere:

- Accurata e precisa.
- Accurata e non precisa.
- Non accurata e precisa.
- Non accurata e non precisa

Un operatore che determini il valore sperimentale di una grandezza, "dovrebbe" essere sia accurato sia preciso. Riprenderemo in seguito il discorso che si riferisce all'accuratezza.

La precisione si calcola mediante l'**errore relativo percentuale E%**:

$$E_{\%} = \frac{E_G}{G_m} \cdot 100$$

Esso ha le seguenti caratteristiche:

- ✓ É adimensionale, cioè non ha alcuna unità di misura.
- ✓ Avendo svolto alcune prove omogenee o eterogenee di misura, la prova più precisa è quella caratterizzata dal minore valore di E%.
- ✓ La precisione è giudicata accettabile, in generale, quando l'errore relativo percentuale ha valore minore o uguale a 5%.